

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ-12 FEBRUARIE 2011
CLASA a-VIII-a

SUBIECTUL I

a) Arătați că $\sqrt{2011 + 2(1 + 2 + 3 + \dots + 2010)} \in \mathbb{N}$.

b) Să se determine $x \in [13, \infty)$ pentru care $\sqrt{x - 4\sqrt{x - 4}} + \sqrt{x + 5 - 6\sqrt{x - 4}} = 1$.

SUBIECTUL II

Aflați numerele reale x, y, z și a astfel încât :

$$\begin{cases} x + y + z = 1 - a \\ xy + xz + yz = \frac{2 + a^2}{2} \end{cases}$$

SUBIECTUL III

În trapezul $ABCD$, cu $m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = 90^\circ$, $[BC]$ este baza mare, $AC \cap BD = \{O\}$, se duce $OE \perp AB$, $E \in (AB)$ și se ridică perpendiculara MC pe planul trapezului. Dacă $m(\hat{OEC}) = 30^\circ$, $BE = 2\sqrt{3}$ cm și $MC = 2$ cm, să se determine distanța de la punctul M la dreapta AB .

SUBIECTUL IV

Fie triunghiul ABC având lungimile laturilor $AB = x$, $BC = y$, $AC = z$ unde x, y, z verifică relația:

$$\sqrt{x^2 - 6x + 10} + \sqrt{y^2 - 8y + 20} + \sqrt{z^2 - 10z + 34} \leq 6.$$

a) Precizați natura triunghiului ABC ;

b) În punctul O , centrul cercului circumscris triunghiului ABC , se ridică pe planul triunghiului ABC perpendiculara $OM = 2\sqrt{15}$ cm. Calculați distanța de la punctul O la planul (MAB) .

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.